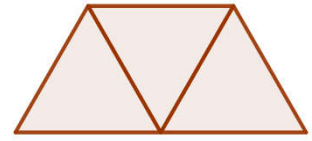


## Tournoi 2026 corrigé quatrième

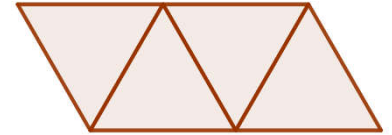
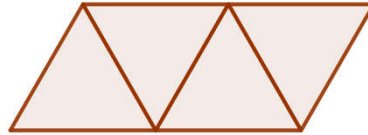
### Assemblages de triangles

*On assemble des triangles équilatéraux identiques en les collant par un côté. Pour trois triangles il y a une seule forme possible :*



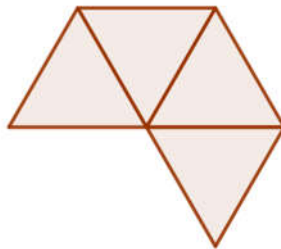
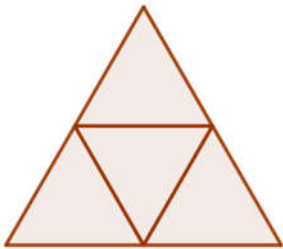
*1) Dessinez toutes les formes possibles dans le cas de quatre triangles.*

*Les formes pourront être tournées et retournées, on ne comptera qu'une forme pour ces deux assemblages :*



Si on aligne les quatre triangles cela donne la forme donnée en exemple.

Si on aligne au plus trois triangles il y a deux façons de placer le quatrième triangle :



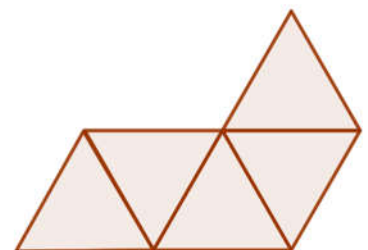
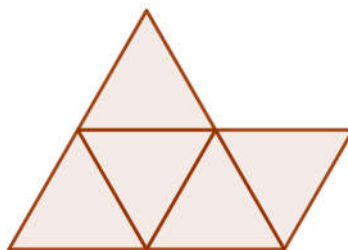
Au total cela fait donc trois formes possibles dans le cas de quatre triangles.

*2) Dessinez toutes les formes possibles dans le cas de cinq triangles*

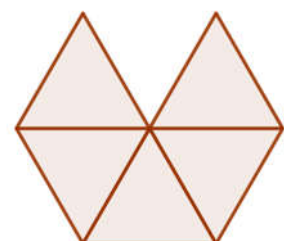
On peut aligner les cinq triangles :



Si on aligne quatre triangles et pas cinq il y a deux façons de placer le cinquième triangle :



Pour trois triangles alignés au maximum il y a une seule forme possible :



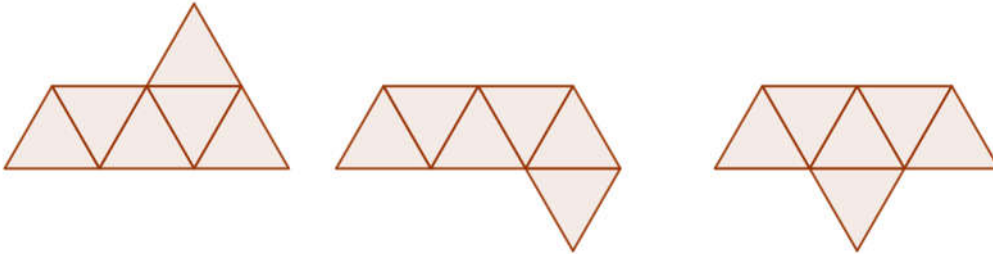
Il existe donc quatre formes différentes pour cinq triangles.

*puis dans le cas de six triangles.*

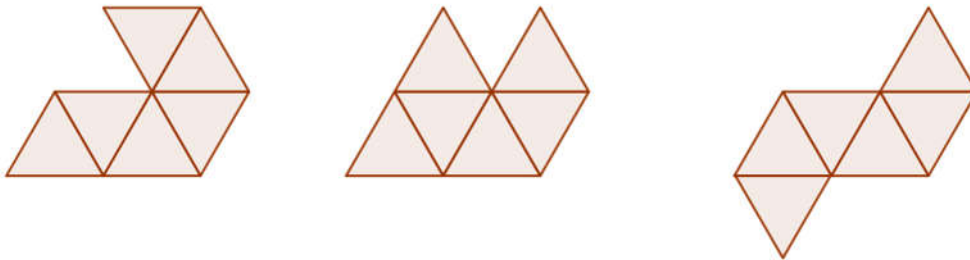
On peut d'abord aligner les six triangles :



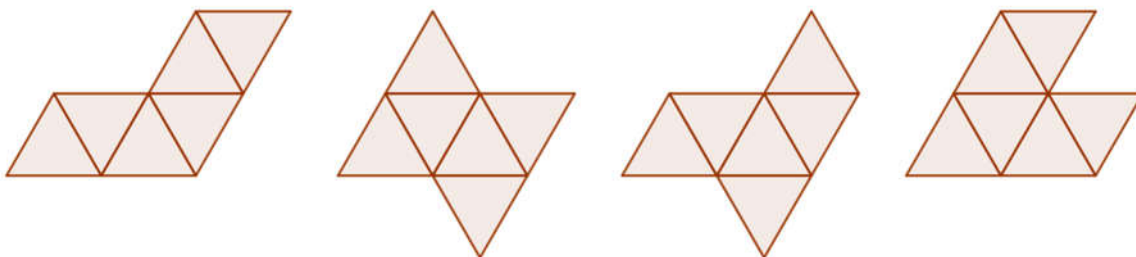
On peut aligner cinq triangles de trois façons :



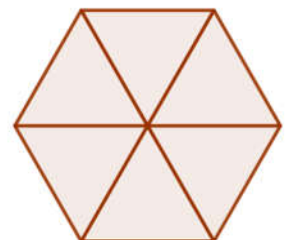
On peut faire un seul alignement de quatre triangles de trois façons :



On peut faire deux alignements de quatre triangles de quatre façons :



Enfin une seule façon avec seulement des alignements de trois triangles :



Il existe donc douze formes différentes pour six triangles.

## Comment obtenir 2026 ?

*En partant d'un nombre entier on commence par lui ajouter 1, puis on ajoute 2, puis on ajoute 3, puis on recommence en ajoutant successivement 1, 2, 3, 1, 2, 3, etc...*

*Par exemple si on part de 10 on obtient 11, 13, 16, 17, 19, 22, 23, 25, etc...*

1) *En partant de 2000 peut-on obtenir 2026 ?*

En partant de 2000 on obtient successivement 2001, 2003, 2006, 2007, 2009, 2012, 2013, 2015, 2018, 2019, 2021, 2024, 2025, 2027, 2030, .... On n'obtient donc pas 2026.

2) *Trouvez deux nombres de départ inférieurs à 2000 qui permettent d'obtenir 2026.*

Comme on a obtenu 2027 en partant de 2000, on obtiendra  $2026 = 2027 - 1$  en partant de  $2000 - 1 = 1999$ .  
De même on a obtenu 2030 en partant de 2000, on obtiendra  $2026 = 2030 - 4$  en partant de  $2000 - 4 = 1996$ .

3) *En partant de 0 peut-on obtenir 2026 ?*

En partant de 0 on obtient successivement 1, 3, 6, 7, 9, 12, 13, 15, 18, .... On remarque une période égale à 6 : on obtient les multiples de 6, les multiples de 6 augmentés de 1 et les multiples de 6 augmentés de 3.

Le multiple de 6 qui précède 2026 est  $2022 = 6 \times 337$ . On obtient ensuite  $2023 = 2022 + 1$  puis  $2025 = 2023 + 2$  et  $2028 = 2025 + 3$ . On n'obtient donc pas 2026.

4) *Trouvez tous les nombres de départ parmi les entiers de 1 à 10 qui permettent d'obtenir 2026.*

On a vu qu'en partant de 0 on obtient 2022, 2023, 2025, 2028. Comme  $2026 = 2025 + 1$ ,  $2026 = 2023 + 3$  et  $2026 = 2022 + 4$  on obtiendra 2026 en partant de 1, de 3, de 4. Mais comme il y a une période égale à 6 on obtiendra aussi 2026 en partant de 7, de 9 et de 10.

## Rectangles de même aire

*On a dessiné un premier rectangle dont les dimensions sont égales à 10 et 21.*

1) *Trouvez tous les rectangles ayant la même aire que ce premier rectangle et dont les dimensions sont des entiers.*

L'aire du rectangle est égale à  $10 \times 21 = 210$

On peut écrire 210 comme un produit de huit façons :

$1 \times 210$ ,  $2 \times 105$ ,  $3 \times 70$ ,  $5 \times 42$ ,  $6 \times 35$ ,  $7 \times 30$ ,  $10 \times 21$  et  $14 \times 15$ .

Il y a donc 8 rectangles différents à côtés entiers d'aire égale à 210.

2) *Quel est celui qui a le plus petit périmètre ? Quel est celui qui a le plus grand périmètre ?*

Les périmètres sont dans l'ordre :  $2 \times 211 = 422$ ,  $2 \times 107 = 214$ ,  $2 \times 73 = 146$ ,  $2 \times 47 = 94$ ,  $2 \times 41 = 82$ ,  $2 \times 37 = 74$ ,  $2 \times 31 = 62$  et  $2 \times 29 = 58$ .

C'est le rectangle de dimensions 14 et 15 qui a le plus petit périmètre égal à 58.

C'est le rectangle de dimensions 1 et 210 qui a le plus grand périmètre égal à 422.

## Grilles à compléter

On complète une grille découpée en zones en respectant les règles suivantes :

- chaque zone de  $N$  cases doit contenir les nombres de 1 à  $N$  sans répétition ;
- deux cases qui se touchent par un côté ou un sommet doivent contenir des nombres différents.

Par exemple la grille ci-contre vérifie les deux règles énoncées.

1	2	1
3	4	3
2	1	2

1) Déterminez toutes les grilles complétées qui existent à partir de la grille vierge ci-contre.

Il y a deux possibilités pour remplir la zone à deux cases.

Première possibilité : le 2 est à gauche et le 1 à droite.

Pour respecter la deuxième règle on doit alors mettre le 1 de la zone à trois cases en haut à droite puis le 1 de la zone à quatre cases en haut à gauche.

Le 2 de la zone à deux cases impose ensuite qu'on mette le 2 de la zone à quatre cases en haut au milieu puis le 2 de la zone à trois cases en bas à droite. On termine en plaçant le 3 de la zone à trois cases qui impose le 3 de la zone à quatre cases puis le 4. On obtient la grille qui a été proposée en exemple.

2	1	2
3	4	3
1	2	1

Deuxième possibilité : 1 à gauche et 2 à droite.

On fait exactement le même raisonnement en échangeant le 1 et le 2, cela ne change rien pour le 3 et le 4. On obtient la grille ci-contre.

	1			
		1		

2) Complétez la grille ci-contre :

On place d'abord les 1. Le 1 de la zone à deux cases impose de mettre le 1 de la zone à cinq cases en bas à gauche. On place le 1 de la zone à une case qui impose de mettre le 1 de la zone à quatre cases en bas à droite.

On place ensuite les 2. Celui de la zone à deux cases impose de mettre le 2 de la zone à cinq cases en haut au milieu puisqu'on ne peut pas mettre un 2 dans la case centrale de la grille (cela interdirait un 2 dans la zone à trois cases). Cela impose la place du 2 de la zone à quatre cases puis celle du 2 de la zone à trois cases.

On place ensuite le 3 de la zone à trois cases qui impose la place du 3 de la zone à quatre cases. On place ensuite le 4 de la zone à quatre cases. On ne peut ensuite placer que le 5 dans la case centrale de la grille. Il reste à placer le 3 et le 4 de la zone à cinq cases et il y a alors deux possibilités.

Il y a donc deux façons de compléter la grille :

2	1	2	3	1
3	4	5	4	2
1	2	1	3	1

et

2	1	2	3	1
4	3	5	4	2
1	2	1	3	1